

GAによる倒立振子の対称性を利用したファジィ制御ルール生成

A Generation of Fuzzy Control Rules for Inverted Pendulum using Its Symmetry and GA

井上博行 †

亀井且有 ‡

Hiroyuki INOUE† Katsuari KAMEI‡

† 福井大学教育地域科学部

‡ 立命館大学工学部

† Faculty of Education and Regional Studies, ‡ Faculty of Science and Engineering,
Fukui University Ritsumeikan University

Abstract:

We had presented an automatic generation technique for fuzzy rules using hyper-cone membership function by genetic algorithm (GA). Also, we applied this method to a fuzzy control rule acquisition of the inverted pendulum. However, locations of the obtained fuzzy rules are not symmetrical, although the inverted pendulum is symmetrical system. In this paper, we propose an automatic generation technique of fuzzy rules for the inverted pendulum using its symmetry and GA.

1 はじめに

倒立振子は、非線形で不安定な制御対象であり、様々な手法において有効性を示すためよく用いられている [1]–[3]。ファジィ制御器の設計手法においてもたびたび用いられる [4]–[6]。このファジィ制御に代表されるファジィ推論システムは、推論ルールの獲得やメンバーシップ関数のチューニングが困難なことから、自動チューニングや自動生成に関する研究が盛んに行われてきた [6]–[14]。筆者らは、超円錐形メンバーシップ関数で表現したファジィルールを遺伝的アルゴリズム (GA: genetic algorithm) により自動生成する手法を提案し [12]、倒立振子などの制御ルール獲得に応用してきた [15]。この手法では、忘却的な手法を用いて不必要なルールの削除を行っているため、ルール数の少ないファジィシステムが得ることができる。

倒立振子システムは、状態変数の正負に対して対称な系をなすシステムである。したがって、正負逆の状態では全く反対の操作をするファジィルールを作ればよい。しかし、提案手法では対称性を考慮していないので、必ずしも対称的にルールが配置されない。したがって、正負対称な状態であるが操作量が違っていたり、静止位置が少しずれるなどの問題が存在した。そこで本稿では、倒立振子が対称性があることを利用し、対称性があるファジィルールを GA により獲得する。

2 倒立振子

本研究で用いる倒立振子システムを図 1 に示す。倒立振子システムは、直線のレール上を台車を動かすことにより、台車に取りつけられている振子を倒れないように制御するものである。振子は、レールと同じ平面上を回

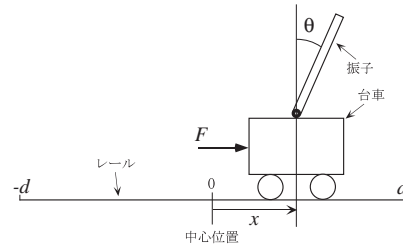


図 1 倒立振子システム

転する。レールは中心位置を 0 とし、左右に d (m) の長さがあるとする。なお、レールと台車の間の摩擦と振子を取りつけられている駆動系の摩擦は、無視できるものとする。

倒立振子の計算機シミュレーションを行うため、次のような運動方程式を考える。まず、状態量を

θ : 鉛直方向に対する振子の角度 (deg)

$\dot{\theta}$: 振子の角速度 (deg/s)

x : 台車の中央位置からの距離 (m)

\dot{x} : 台車の速度 (m/s)

とし、台車に加える力 (N) を F とすれば、倒立振子の運動方程式は次のようになる。

$$\ddot{\theta} = \frac{(m_c + m_p)g \sin \theta - (F + m_p l \dot{\theta}^2 \sin \theta) \cos \theta}{\left\{ \frac{4}{3}(m_c + m_p) - m_p \cos^2 \theta \right\} l} \quad (1)$$

$$\ddot{x} = \frac{\frac{4}{3}(F + m_p l \dot{\theta}^2 \sin \theta) - m_p g \sin \theta \cos \theta}{\frac{4}{3}(m_c + m_p) - m_p \cos^2 \theta} \quad (2)$$

ここで、 $\ddot{\theta}$ は振子の角加速度 (deg/s^2)、 \ddot{x} は台車の加速度 (m/s^2) である。また、式中の m_c は台車の重さ (kg)、 m_p は振子の重さ (kg)、 l は振子の長さ (m)、 g は重力加速度 (9.8m/s^2) である。各状態変数の値は、微小なサンプリング周期 τ に対してルンゲクッタ法を用いて求める。よって、サンプリング時間 $(k+1)\tau$ の各状態量は (3) 式で表す。なお、本計算機シミュレーションにおけるサン

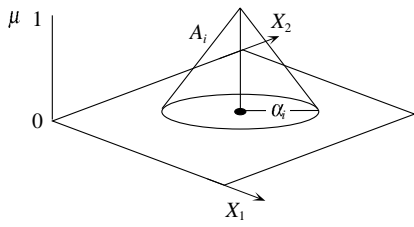


図2 入力円錐形メンバーシップ関数 ($l = 2$)
プリング周期は 0.02[s] である。

$$\begin{cases} \theta(k+1) = \theta(k) + \tau\dot{\theta}(k) \\ \dot{\theta}(k+1) = \dot{\theta}(k) + \tau\ddot{\theta}(k) \\ x(k+1) = x(k) + \tau\dot{x}(k) \\ \dot{x}(k+1) = \dot{x}(k) + \tau\ddot{x}(k) \end{cases} \quad (3)$$

3 GAによる超円錐形メンバーシップ関数を用いたファジィルールの自動生成

3.1 ファジィルール

本研究では、文献 [12] の手法を簡略化ファジィ推論に拡張した手法 [15] を用いる。ファジィルール R^i は、(4) 式で表す。

$$R^i : \text{if } x \text{ is } A_i \text{ then } y \text{ is } b_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

ここで i はルール番号、 n はルール数、 x と y はそれぞれ入出力ベクトル、 A_i はファジィ集合、 b_i は実数値ベクトルである。入出力ベクトルは、

$$x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_l]^T, \quad y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_m]^T \quad (5)$$

である。ここで l と m は入力と出力の次元数である。

ルール R^i の前件部の A_i は、直接入力空間上の領域を指している。ここで、ファジィ集合 A_i は以下に示す超円錐形メンバーシップ関数で表す。 l 個の入力によって生じる l 次元の入力空間上の超円錐形メンバーシップ関数 μ_{A_i} は、(6)、(7) 式で定義される。

$$\mu_{A_i} : A_i \rightarrow [0, 1] \quad (6)$$

$$\mu_{A_i}(x) = \left(1 - \frac{\|x - a_i\|}{\alpha_i}\right) \vee 0 \quad (7)$$

ここで、 a_i と α_i はファジィ集合 A_i の中心座標ベクトルと半径である。 a_i は、(8) 式で定義される。

$$a_i = [a_{i1} \ a_{i2} \ \dots \ a_{il}]^T \quad (8)$$

このメンバーシップ関数 μ_{A_i} は、半径が α_i である超球形ファジィ集合 A_i の中心 $a_i \in R^l$ がグレード 1.0 となり、その中心からの距離に比例してグレードが下がる。例として、 $l = 2$ の場合の円錐形メンバーシップ関数を図 2 に示す。

ファジィルール R^i の後件部の実数値ベクトル b_i はそのルールにおける各出力次元の出力値をとり、次のよ

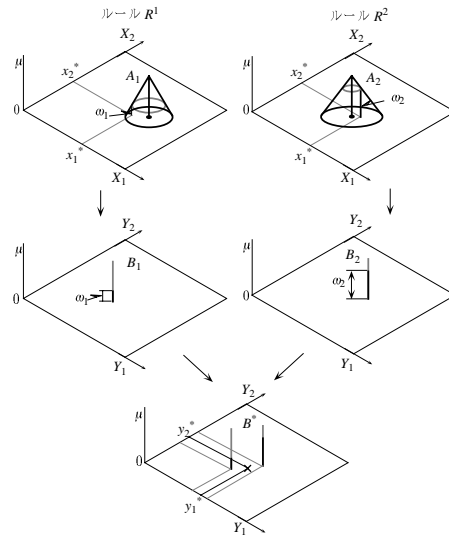


図3 推論法の例

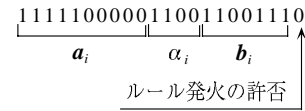


図4 R^i を構成する染色体

うに表す。

$$b_i = [b_{i1} \ b_{i2} \ \dots \ b_{im}]^T \quad (9)$$

次に入力に x^* が与えられたとき、推論結果としての出力値 y^* を算出する。まず、ルール R^i の前件部における適合度 ω_i を求める。メンバーシップ値がそのまま適合度になるので、(7) 式に x^* を代入し、その値を ω_i とする。すなわち、

$$\omega_i = \mu_{A_i}(x^*) \quad (10)$$

となる。ここで、出力値 y^* を

$$y^* = [y_1^* \ y_2^* \ \dots \ y_m^*]^T \quad (11)$$

とすると、出力値 y^* の各要素 y_j^* は (12) 式で表される。

$$y_j^* = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i b_{ij}}{\sum_{i=1}^n \omega_i} \quad (12)$$

この一連の流れを $l = 2, m = 2, n = 2$ の場合を例にとり、図 3 に示す。

3.2 遺伝的アルゴリズムによるファジィルール自動生成

本手法における遺伝情報は、ファジィルール R^i を構成する次の 4 つの要素とする。

- ファジィ集合 A_i の中心座標ベクトル a_i
- ファジィ集合 A_i の半径 α_i
- 後件部の実数値ベクトル b_i
- ルール R^i の発火の許否

ここでの「ルール R^i の発火の許否」は、ルール発火の許否を決定する情報である。もしこの遺伝子が「発火を

許さない」という状態であれば、ルール R^i は発火せず、無効となる。

各ルールは、図4のように遺伝子が一列に並んだ一つの染色体で表す。ここでは、ピッツアプローチ的手法を用いるため個体 I_p ($p = 1, 2, \dots, P$) は、 n 個の染色体により構成される。なお、 P は個体数である。

次のような手順で遺伝演算を行う。

[Step1] 初期集団を作成する。このときルール発火許否は「発火を許す」とし、その他は、ランダムに決める。各個体について適応度を求める。

[Step2] 次世代の集団を作成する。

[Step2-1] 適応度比例戦略を用いて交配を行う個体(2個体)を選択する。

[Step2-2] Step2-1 で選ばれた個体間で交叉を行う。ここでは、個体間の同じルール番号の染色体同士が一点交叉を行う。

[Step2-3] 各遺伝子において一定の確率で突然変異を行う。

[Step2-4] 以上のような操作により得られた2個体を次世代の集団に加える。もし、次世代の個体数が P 個になれば Step3 に進み、そうでなければ Step2-1 に戻る。

[Step3] 各個体の適応度の算出を行う。この際、忘却的手法によりルールの削減を行う。

[Step4] 終了条件を満たすなら操作を終了し、そうでなければ Step2 に戻る。

n 個のファジィルールには、不必要なルールが含まれている。そこで、ルール発火許否の情報と非発火カウンター g を使い、忘却により不必要なルールの削減する。カウンター g は、何世代連続してルールが発火していないか記録し、各ルールに用意する。初期世代では、カウンター g を 0 にセットする。また、発火の許否を判定する定数 G の値を設定する。ある世代でファジィ推論を行ったとき、一度も発火しなかったルールは g に 1 を加え、一度でも発火したなら、 g を 0 にする。もし、 $g = G$ であれば不必要なルールとみなされ、ルール発火許否を「発火を許さない」と書き換える。このような方法でルートを削除する。

4 対称性を利用したファジィルールの生成

4.1 倒立振子の対称性

本研究における倒立振子の制御目的は、任意の初期状態から制御をはじめ、レールの中心位置で振子を垂直に立たすこととする。すなわち、 x と θ をともに 0 にすることである。このように設定すれば、倒立振子システムは状態変数の正負に対して対称な系としてみなせる。全ての状態変数が正負が逆なら、操作量も正負逆である。したがって、入力空間の正負対称な位置に正負逆の操作量を持つファジィルールを配置すればよい。

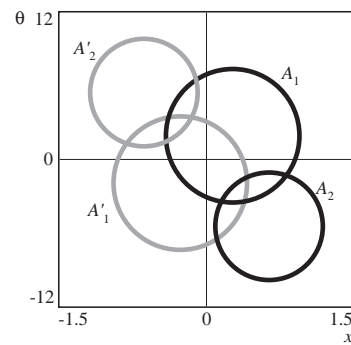


図5 ファジィルールの対称性

そこで、その対称性を利用してファジィ制御ルールをGAにより自動生成する。すなわち、倒立振子の中心位置 ($x = 0$) に対して正の方向(図1では右側)の半分だけのファジィルールを作成する。負の方向に関しては、正負対称なルールがあるものとする。図5に2次元の場合の例を示す。 A_1 と A_2 に対称な位置に A'_1 と A'_2 が存在する。したがって、実際にはルール数は倍であり、4つのルールを使ってファジィ推論が行われる。また、これによりGAにおける解の探索空間が狭まり、GAの効率化が期待できる。

4.2 シミュレーション実験

本実験では、 $x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}$ から F を推論するファジィ制御器を自動生成する。倒立振子のそれぞれのパラメータを次のように設定する。

- 振子の長さ: $l = 0.5[\text{m}]$
- 振子の質量: $m_p = 0.1[\text{kg}]$
- 台車の質量: $m_c = 1.0[\text{kg}]$
- レールの中心から端までの長さ: $d = 2.4[\text{m}]$

また、遺伝演算のパラメータとしてルール数を $n = 30$ 、個体数を $P = 30$ とする。突然変異率は、 1.0×10^{-2} である。また、ルール発火パラメータを $G = 10$ 、打ち切り世代を 1000 世代とし、全世代中最も適応度が高かった個体を採用する。なお、ルールは対称性を利用するので、初期世代では実質的に 60 個のルールを持つことになる。適応度は、初期状態 (θ_0, x_0) を $(10, 1.5)$ 、 $(-10, 1.5)$ の2試行についておこない、それぞれの評価を統合し求めた。

初期集団をいくつか変えて 20 回行った。得られたファジィシステムは忘却的手法によりルールが減少し、生成されたルールの数は平均で 2.0 (最小数 1) であった。実際はルール数は倍になるので、平均 4 つのルールを用いるファジィシステムが生成された。得られたルールの一例として、図6にその超円錐形メンバーシップ関数を示す。図6では入力メンバーシップ関数は、各入力変数軸に投影されたものを示している。図中の A'_1, A'_2 が、対称性によりできたルールである。

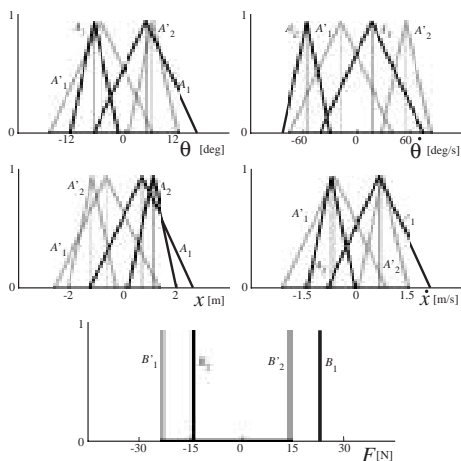


図 6 入出力の超円錐形メンバーシップ関数

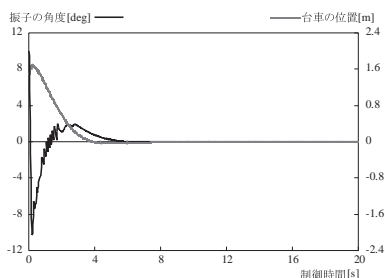


図 7 シミュレーション結果 $(\theta_0, x_0) = (10.0, 1.5)$

初期状態 (θ_0, x_0) を $(10.0, 1.5)$ としたとき、これらのルールを用いたシミュレーション結果を図 7 に示す。これより、ルール数が少ないにもかかわらず良好な結果を示している。なお図 8 に示すように、極端にレールの両端に近い場合をのぞいて、どの初期状態からでも同様な結果を示した。

従来法 [15] では、適応度の計算に 4 つの初期状態を用いていたが、本手法は 2 つですむ。また従来法では、振子が安定状態になる場所は中心から少し離れた位置であった。それに対して本手法は、ほぼ中心位置で安定状態となり、精度のよいファジィシステムが得られていた。以上より、本手法は有効であると考えられる。

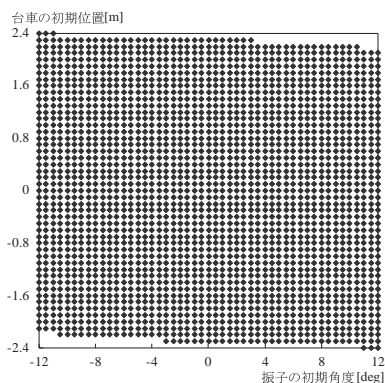


図 8 倒立振子の制御可能な初期位置

5 おわりに

本稿では、GA による倒立振子のファジィ制御ルール自動生成手法に、倒立振子の特徴である対称性を組み込んだ手法を試みた。得られたシミュレーション結果は、良好な結果を示した。

参考文献

- [1] 池田, 斎藤, 北村:「多層ネットワークによる倒立振子の安定化学習制御」, システム制御情報学会論文誌, vol.3, no.12, pp.405-413, 1990.
- [2] 畝見:「実例に基づく強化学習法による失敗しない制御」, 人工知能学会誌, vol.7, no.6, pp.1001-1008, 1992.
- [3] 亀井, 高木:「ファジィクラスタリングを用いたファジィ ID3 と制御ルール獲得への応用」, 日本ファジィ学会誌, vol.11, no.1, pp.132-139, 1999.
- [4] 高濱, 阪井:「遺伝的アルゴリズムによる多目的ファジィスケール制御規則の学習」, 電子情報通信学会論文誌, vol.J81-D-II, no.1, pp.119-126, 1998.
- [5] 易, 湯場崎, 廣田:「SIRMs 動的重視度結合型ファジィ推論モデルによる倒立振子システムの安定化制御」, 日本ファジィ学会誌, vol.11, no.3, pp.492-502, 1999.
- [6] M. A. Lee and H. Takagi, "Integrating Design Stage of Fuzzy Systems Using Genetic Algorithms," in *Proc. of the FUZZ-IEEE'93*, pp.612-617, 1993.
- [7] S. Horikawa, T. Furuhashi and Y. Uchikawa, "On Fuzzy Modeling Using Fuzzy Neural Networks with the Back-Propagation Algorithm," in *IEEE Transaction on Neural Networks*, vol.3, no.5, pp.801-806, 1992.
- [8] 林, 野村, 若見:「ニューラルネット駆動型ファジィ推論による推論ルールの獲得」, 日本ファジィ学会誌, vol.2, no.4, pp.585-597, 1990.
- [9] 亀井:「ファジィクラスタリングの制御への応用」, 日本ファジィ学会誌, vol.8, no.3, pp.448-455, 1996.
- [10] 野村, 若見:「遺伝アルゴリズムによるファジィ推論ルールの決定法」, 電子情報通信学会論文誌 A, vol.J77-A, no.9, pp.1241-1249, 1994.
- [11] 石淵, 村田, 田中:「遺伝的アルゴリズムによるファジィ識別システムの構築」, 日本ファジィ学会誌, vol.7, no.5, pp.1022-1040, 1995.
- [12] 井上, 亀井, 井上:「遺伝的アルゴリズムと超円錐形メンバーシップ関数によるファジィルール自動生成手法の提案」, 日本ファジィ学会誌, vol.8, no.6, pp.1104-1115, 1996.
- [13] H. Inoue, K. Kamei and K. Inoue, "Automatic Generation of Fuzzy Rules Using Hyper-Elliptic-Cone Membership Functions by Genetic Algorithms," in *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, vol.6, no.1, pp.65-81, 1998.
- [14] 井上, 畑瀬, 亀井:「統合によるルール削除手法を用いたファジィクラシファイアシステムによるファジィルール自動生成」, 第 16 回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp.459-462, 2000.
- [15] 井上, 亀井:「遺伝的アルゴリズムによるファジィルールの獲得と倒立振子への応用」, 第 15 回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, pp.57-60, 1999.

問い合わせ先

〒 910-8507 福井市文京 3-9-1
 福井大学教育地域科学部
 井上博行
 TEL: 0776-27-8714 FAX: 0776-27-8911
 Email: inoue@edu00.f-edu.fukui-u.ac.jp